

1. Przedstawienie problemu

Aby wykonać dobrze opracowanie, należy najpierw zastanowić się, co będzie nam potrzebne do zasymulowania kosztów ogrzewania, a więc od jakich czynników one zależą oraz jakim modelem możemy opisać ich zależność od owych czynników.

Ogólnie więc, koszty zależą między innymi od:

- architektury budynku – kubatury, wysokości, szerokości i długości budynku, wielkości części przeszklonej, struktury i częstości wentylacji, grubości muru itp.
- ceny jednostkowej
- temperatury powietrza
- docieplenia, podzielników kosztów ciepła itp.

Jak można zauważyć, wszystkie te rzeczy można podzielić na trzy grupy – w pierwszej będą te, na które nie będziemy mieli większego wpływu – będzie to architektura budynku oraz cena jednostkowa; w drugiej grupie zawierające czynniki zmienne, których nie możemy jednoznacznie wyznaczyć (temperatura powietrza); w trzeciej natomiast będą rzeczy które możemy zainstalować w budynku, a które wpływają znacząco na zmniejszenie kosztów ogrzewania.

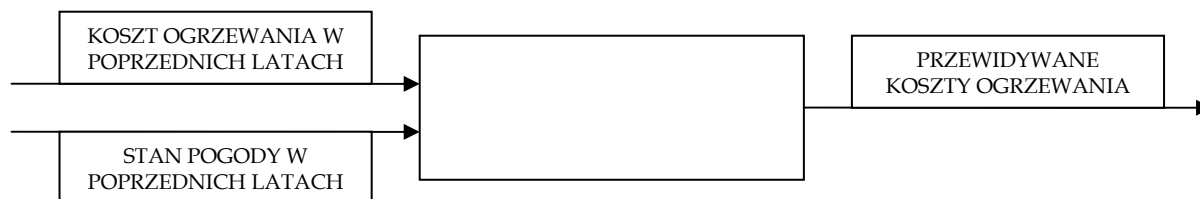
Chcąc znać koszty ogrzewania, musimy znać wszystkie czynniki, które na niego wpływają oraz zależność między nimi. Ponieważ jednak nigdy nie będziemy ich dokładnie znać, dlatego nie będziemy w stanie wyznaczyć koszt ogrzewania budynku w przyszłym sezonie, a jedynie zasymulować na podstawie danych wcześniej zebranych.

Z tego względu, dobrym przybliżeniem będzie, gdy zamiast wszystkich zależności wyżej wymienionych, będziemy działać w oparciu o wcześniej dokonane pomiary temperatur i koszty ogrzewania w poprzednich sezonach, a w przypadku potrzeby uściślenia dokonanej symulacji – rozwijać tak wykonany model aby w miarę możliwości uzyskać dokładniejszy wynik. Należy jednak zauważyć, że tak zamodelowana i wykonywana symulacja nie będzie na tym etapie zależna od zmian długotrwałych, które mogą jednoznacznie wpłynąć na koszty, jak na przykład docieplenie budynku czy montaż podzielników ciepła.

W zakresie ogrzewania, rok możemy podzielić na dwa sezony – jeden będzie okresem grzewczym, a drugi nie. Należy zauważyć, że przez cały rok będziemy płacić opłatę abonamentową oraz opłatę stałą za moc zamówioną oraz, zależnie od zużytej energii, opłatę zmienną za moc zamówioną w sezonie grzewczym.

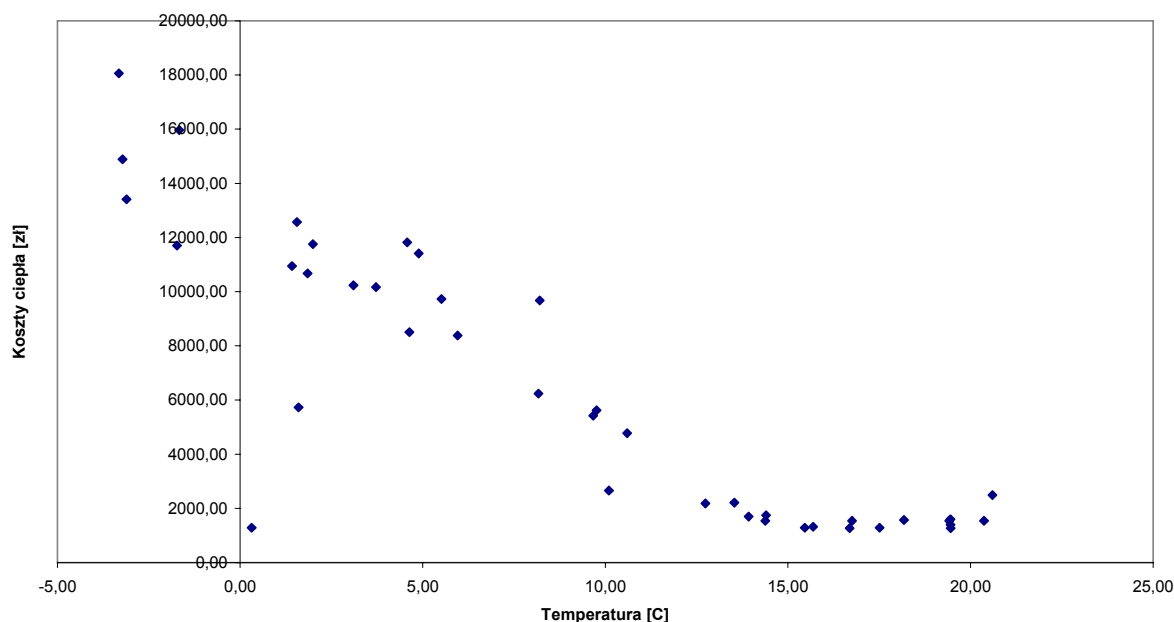
2. Modelowanie zależności

W tym miejscu, w oparciu o to co napisałem wyżej, należy skonstruować podstawowy wzór, z którego będziemy korzystać przy wykonywaniu takiej podstawowej symulacji. Będzie to oczywiście wzór ściśle przydzielony budynkowi i dla każdego innego będzie miał inne współczynniki.



Aby dobrze zasymulować przewidywane koszty, należy zbadać zależność między kosztem ogrzewania a stanem pogody; jest oczekiwane, iż taka zależność występuje w przypadku temperatury. Narysujmy więc wykres zależności kosztów ogrzewania od temperatury.

Wykres 1
Zależność kosztów ciepła od temperatury

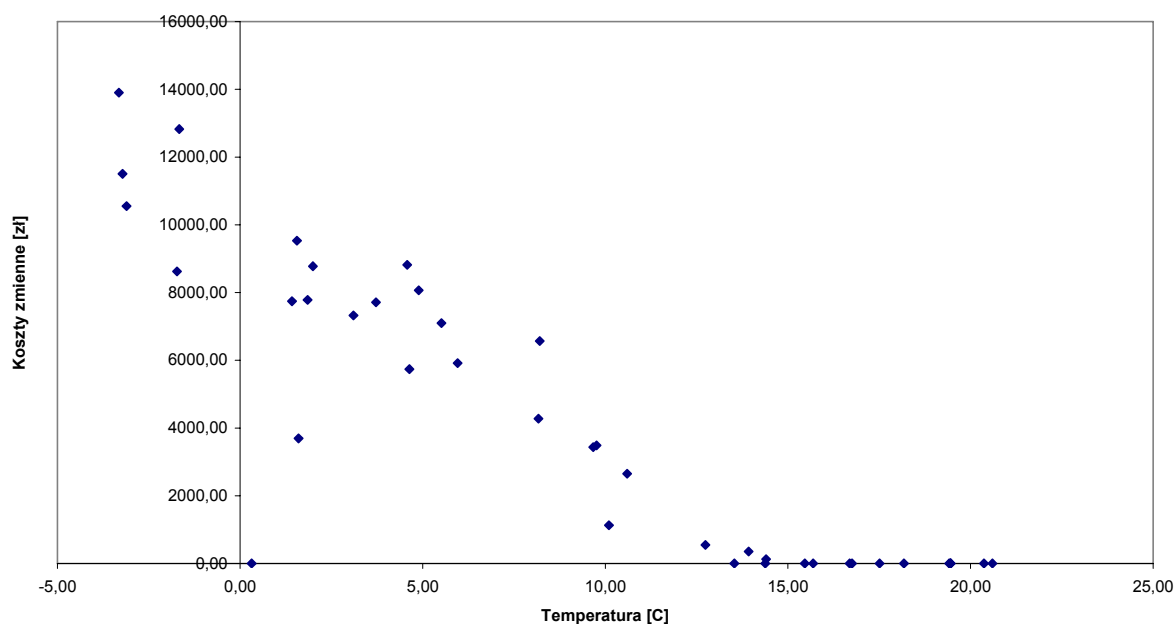


Jak widać, trend wykresu wyraźnie wydaje się układać w funkcję liniową, jest on jednak niepoprawny, gdyż musimy wziąć pod uwagę kilka faktów, których nie uwzględniliśmy.

- Koszt ogrzewania możemy podzielić na dwie części – do jednej będą się wliczały opłaty stałe, opłaty za zamówioną moc cieplną oraz opłaty abonamentowe – płacone każdego miesiąca oraz opłaty zmienne i opłaty za ciepło – płacone tylko wtedy gdy występuje zużycie ciepła.
- Ogrzewanie jest włączane przy temperaturze zewnętrznej 10°C , natomiast wyłączane przy 15°C .
- Może wystąpić zły rozkład temperatur, czyli przez część miesiąca może być stosunkowo wysoka temperatura (np. 17°C), a później może nastąpić znaczne ochłodzenie i temperatura może być ujemna. Będzie to znacznie wpływało na nieprawdziwość stosunku.
- Co rok występuje inflacja.

Narysujmy więc wykres ukazujący tylko opłaty zmienne, po uwzględnieniu inflacji (dane według [2]).

Wykres 2
Koszty zmienne (z.u. inflacji)



Jak widać, interesująca nas część wykresu (czyli ta pomiędzy -5°C a 15°C) nie zmieniła się zasadniczo (co było oczekiwane). Teraz jeszcze pozostaje nam usunąć wartości kosztów równe zero (są one dla nas nieużyteczne, a nawet będą na tym poziomie wprowadzać nas w błąd – dla $0,32^{\circ}\text{C}$ wartość kosztów wynosi zero gdyż dla grudnia 2005 nie znamy w tym momencie jeszcze kosztów zmiennych) i sprawdzić zależność między kosztami a temperaturą. Skorzystamy tutaj ze współczynnika korelacji Pearsona:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

gdzie $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ oraz $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, czyli są to po prostu średnie wartości. W naszym wypadku, biorąc x jako temperaturę a y jako koszt (nie ma to znaczenia czy w ten sposób czy na odwrót, wynika to z założenia („niech x i y będą zmiennymi losowymi o ciągłych rozkładach; niech x_i, y_i oznaczają wartości prób losowych tych zmiennych ($i=1,2,\dots,n$)”), wtedy odpowiednio \bar{x} i \bar{y} będą wynosiły 4,65 oraz 6466,60. Po podliczeniu wychodzi nam:

$$r_{xy} = \frac{-457959,2987}{502378,8041} = -0,911581649 \approx -0,91$$

Okazuje się, że dla liniowej zależności występuje prawie pełna korelacja ($0,9 \leq |r_{xy}| < 1$), co znaczy iż prosta będzie bardzo dobrym przybliżeniem.

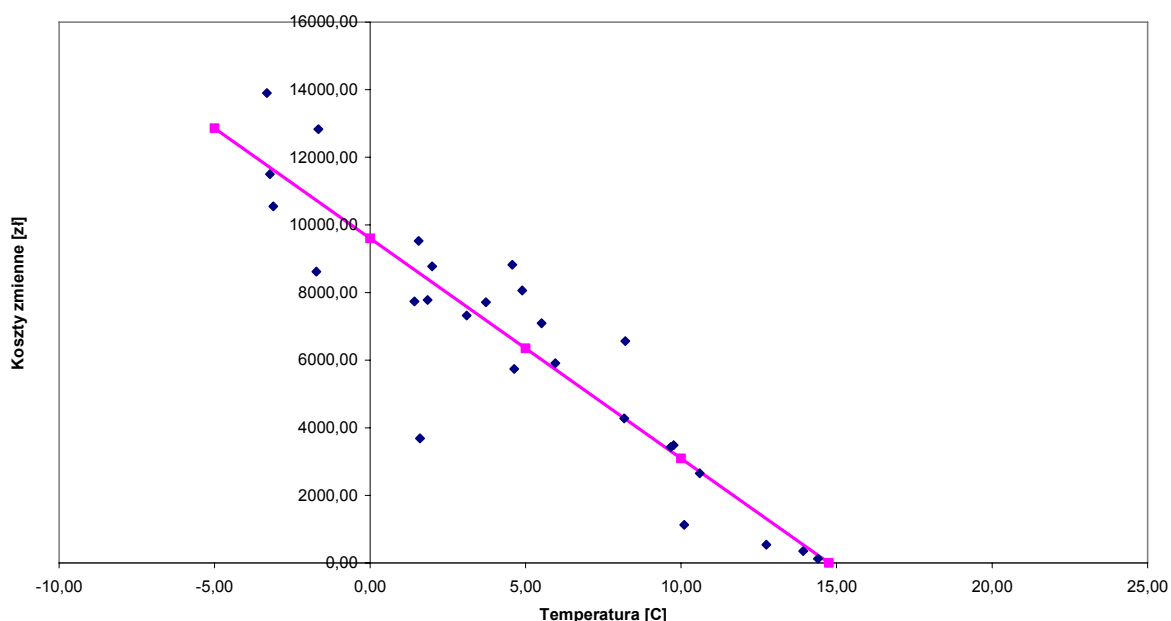
Równanie tej prostej wyznaczymy korzystając z Metody Najmniejszych Kwadratów.

Prosta w tym wypadku będzie miała równanie $ax + b$, gdzie:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

Po podliczeniu wychodzi nam $a = -651,0215899 \approx -651$ oraz $b = 9605,650661 \approx 9605$, czyli trend będzie miał w tym wypadku równanie $-651x + 9605$

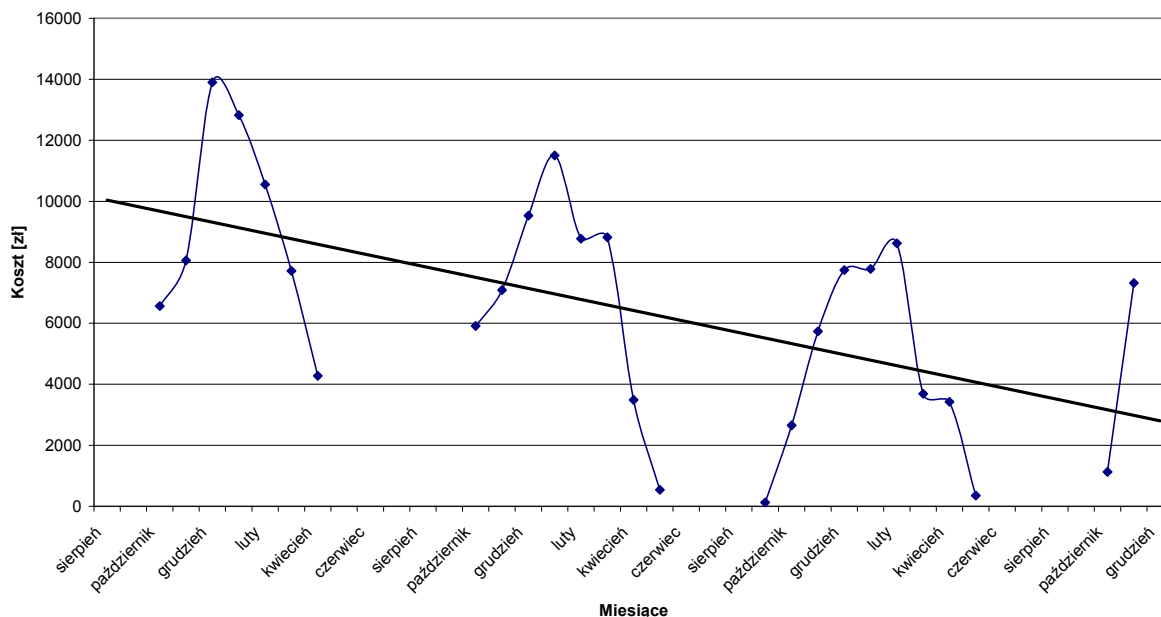
Wykres 3
Koszty zmienne (z.u. inflacji) wraz z linią trendu



Wykreślając linię trendu na powyższym wykresie założyliśmy, iż wszystkie punkty mają tę samą wagę. W rzeczywistości jednak tak nie jest, gdyż w ostatnich latach w omawianej nieruchomości

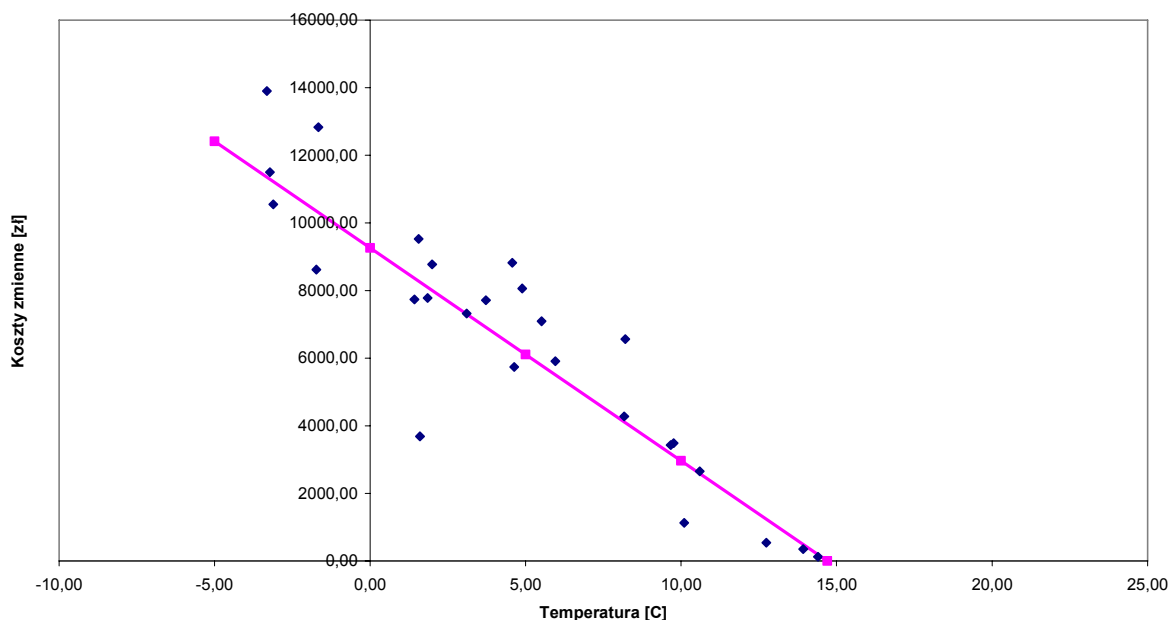
poczyniono wiele działań proefektywnościowych, pokazuje je doskonale poniższy wykres kosztów zmiennych w zależności od kolejnych miesięcy.

Wykres 4
koszt zmienny (z.u. inflacji) wraz z linią trendu



Jak można wywnioskować z linii trendu, koszty na przełomie roku 2002/2003 były o około 100% wyższe niż koszty z sezonu 2004/2005, a koszty sezonu 2003/2004 – o około 50%. Z tego powodu zastosujemy odpowiednio następujące wagi: 2/9, 1/3 oraz 4/9. Po obliczeniach otrzymujemy równanie trendu – $630x + 9261$

Wykres 5
Koszty zmienne (z.u. Inflacji) wraz z linią trendu (uwzgl. zmniejszenie kosztów)



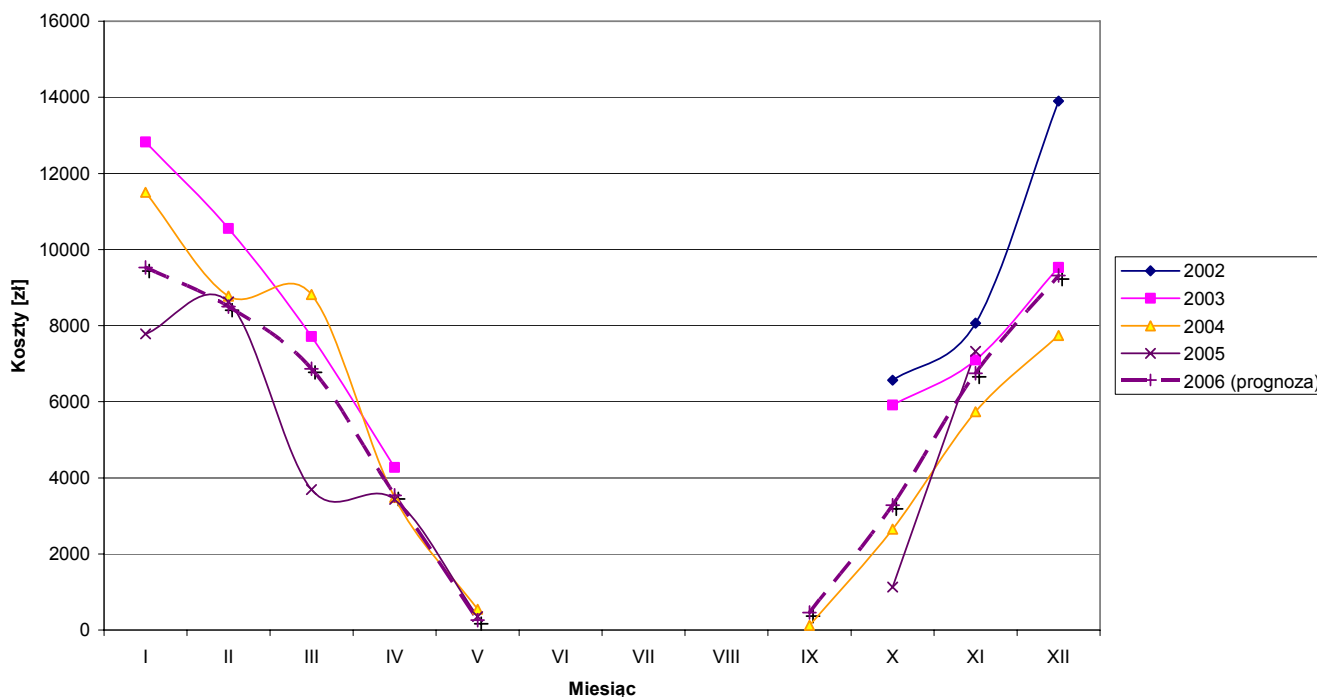
Sprawdzając (w oparciu o dane z [1]) inne czynniki wpływające na pogodę, w przypadku ciśnienia, opadów, widoczności, prędkości wiatru oraz stosunku dni z opadów do łącznej ilości dni, nie widać jednoznacznego trendu (tak prosto-, jak krzywoliniowego) zależności między nimi a kosztami zmiennymi. Można wprawdzie zauważyć pewną zależność między kosztami zmiennymi a wilgotnością powietrza, jednak w tym wypadku współczynnik korelacji Pearsona będzie wynosił zaledwie $r_{xy} \approx 0,5$, co znaczy, że ta korelacja leży na granicy przeciętnej i wysokiej, a ta w porównaniu do prawie pełnej korelacji w przypadku temperatury będzie w całym modelu mało znacząca.

3. Przeprowadzanie symulacji

Ponieważ mamy wyliczony trend kosztów zmiennych ciepła w zależności tylko i wyłącznie od temperatury, wystarczy nam tylko znajomość temperatury w nadchodzących miesiącach. Aby ją oszacować, posłużymy się średnią arytmetyczną temperatur w odpowiednich miesiącach w poprzednich latach.

miesiąc	średnia temperatura [C]	przewidywany koszt zmienny ciepła w 2006 roku [zł]
I	-0,42	9525,6
II	1,21	8498,7
III	3,80	6867
IV	9,08	3540,6
V	14,29	258,3
VI	16,99	0
VII	19,05	0
VIII	18,87	0
IX	13,97	459,9
X	9,49	3282,3
XI	3,99	6747,3
XII	-0,09	9317,7
RAZEM		48497,4

Wykres 6
Koszty zmienne (z.u. inflacji)



4. Wnioski wynikające z symulacji

W powyższym punkcie zasymulowaliśmy jedynie koszty zmienne ogrzewania. Mogą one nie tylko posłużyć nam do oszacowania łącznych kosztów ogrzewania w budynku (których znajomość jest potrzebna do wykonania planu na kolejny rok), ale też do korekty kosztów stałych. Składają się na nie: opłata abonamentowa, opłata stała oraz zamówiona moc ciepła, przy czym pierwsza jest stała i zależy tylko i wyłącznie od stawki opłaty abonamentowej (wynosi 10 zł), a pozostałe dwie są iloczynem stawki oraz mocy zamówionej.

Moc zamówiona, liczona w MW, to wskaźnik ustalany przed sezonem grzewczym. Określa maksymalną moc, jaka może być przysyłana do nieruchomości. Na koniec roku 2005 stawki miesięczne za Moc zamówioną oraz Opłatę stałą wynosiły odpowiednio 2180,63 zł oraz 2621,08 zł (za 1 MW).

Ponieważ obie stawki są wyznaczone przez tę samą wartość (mocy zamówionej), więc można je dla wygodności zsumować – wyjdzie 4801,71 zł/MW.

Najpierw wyznaczmy, korzystając z wykonanej w punkcie 3. symulacji, maksymalne przewidywane zużycie. Będzie ono oczywiście w miesiącu, w którym przewidywane koszty zmienne są najwyższe – czyli w tym wypadku w styczniu i wynoszą 9525,60. Koszty te to suma dwóch iloczynów, określanych jako Ciepło oraz Opłata zmienna. Są one znów zależne tylko i wyłącznie od faktycznego zużycia ciepła więc stawki (odpowiednio 19,09 zł oraz 9,22 zł za 1 GJ) możemy zsumować – wyjdzie 28,31 zł/GJ. Aby znaleźć przewidywane zużycie, musimy rozwiązać proste równanie $9525,6 = 28,31 * x$, czyli $x \approx 336,5[GJ]$. Ponieważ wskaźnik korelacji wynosi $\sim 0,9$, więc zużycie jakie otrzymaliśmy powiększymy o 10%, które będzie spełniało też rolę „bezpieczeństwa” w przypadku wystąpienia anomalii pogodowej. Ponadto wynik zaokrąglimy do jedności, aby było nam wygodniej liczyć. Otrzymamy więc $x \approx 370,15 \approx 370[GJ]$.

Skorzystamy ze wzoru $[W] = \frac{[J]}{[s]}$, aby policzyć maksymalne przewidywane zapotrzebowanie na moc. W miesiącu styczniu mamy 31 dni, więc 2678400 sekund; a 1 GJ to 10^9 J. Otrzymujemy więc $\frac{370 * 10^9 [J]}{2,6784 * 10^6 [s]} \approx 138 * 10^3 [W] = 0,138 [MW]$. Z tego wynika, iż zapotrzebowanie na moc zamówioną nie powinno przekroczyć tej wartości.

Obecnie wielkość mocy zamówionej wynosi 0,22 MW, a zmniejszenie jej do wyżej wyliczonego poziomu 0,138 MW pozwoli na zaoszczędzenie w ujęciu rocznym prawie 5 tys. zł, a względem mocy zamówionej w roku 2002 (0,465278 MW) – niecałe 20 tys. zł.

Należy jednak ogólnie zauważyć, iż oczekiwane koszty oraz zużycie ciepła jest mniejsze, niż wynikało to z powyższej symulacji, przez wzgląd m.in. na wykonane w tym okresie działania proefektywnościowe na dużą skalę, co widać dobrze na wykresie 4 – zmienne koszty ogrzewania w zadanych miesiącach sukcesywnie maleją wraz z czasem.

5. Bibliografia

1. Local Weather Forecast – <http://www.tutiempo.net/>
2. Internetowy Serwis Giełdowy – <http://www.bossa.pl>
3. Wikipedia – wolna encyklopedia – <http://www.wikipedia.org>
4. Grażyna Wieczorkowska, STATYSTYKA – Wprowadzenie do analizy danych sondażowych i eksperymentalnych, wydanie II poprawione